

循環小数を使った $0.999\cdots = 1$ はおかしい

八野正

2012-10-24

1 循環小数の計算

循環小数で、

$$C = 0.\dot{3} \quad (1)$$

とすると、よく使われる説明では次のようにされるのではなからうか。

$$10C = 3.\dot{3} \quad (2)$$

$$C = 0.\dot{3} \quad (3)$$

$$10C - C = 9C = 3 \quad (4)$$

$$C = \frac{1}{3} \quad (5)$$

ところが、C を 9 倍すれば、*1

$$9C = 2.999\cdots 97 \quad (6)$$

であって、(4) 式とは異なっている。たとえ、 $2.999\cdots 97$ が無限であって、7 がなくなっても $2.\dot{9}$ である。すると、この循環小数同士を引き去るという計算は怪しい。

2 有理数としての説明

また、C は、明らかに十進小数を表しているから*2

$$C = 0.\dot{3} = \frac{333\cdots}{1000\cdots} \quad (7)$$

とあらわせる。ところが、

$$\frac{1}{3} \quad (8)$$

は、分母が 3 であり、(7) 式の分母を素因数分解すると

$$100\cdots = 10^n = (2 \times 5)^n \quad (9)$$

*1 この計算は上位からでも計算できることは自明である。

*2 $0.333\cdots = \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \cdots$

となって、2 と 5 しかないので 3 はない。であるから仮に、(7) が約分できたとしても分母には 3 は現れない。

したがって、

$$C = 0.\dot{3} = \frac{333\cdots}{1000\cdots} \neq \frac{1}{3} \quad (10)$$

である。

3 結論

循環小数の計算自体怪しいわけであるし、

$$C = 0.\dot{3} = \frac{1}{3} \quad (11)$$

ということとはできない。したがって、両辺を 3 倍して、

$$0.\dot{9} = 1 \quad (12)$$

は、ナンセンスである。