

# 会計士の数学の応用

八野 正

初版 1997年4月26日 改訂 2021年2月10日

## 0.1 会計士の数学とは何か

会計士の数学とは日本では九星\*数とも呼ばれる。数学では九去数または、数字根である。任意の正の整数について、各桁の総和を求めそれが1桁になるまでこれを繰り返す操作である。例えば、

$$1993 \quad 1 + 9 + 9 + 3 = 22 \quad 2 + 2 = 4$$

このようにして1993の九星数は4であるという。

### 0.1.1 基本的な決まり

さて、九星数を求める関数を  $f(n)$  と表わし、この値を  $n$  の九星数ということにする。ここで、つぎのことがわかる。

定理 1

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = 2$$

$$f(3) = 3$$

$$f(4) = 4$$

$$f(5) = 5$$

$$f(6) = 6$$

$$f(7) = 7$$

$$f(8) = 8$$

$$f(9) = 9$$

$$f(10) = 1$$

これは、基本的な事柄に関するものである。

定理 2

$f(n)$  は常に1から9のうちのいずれかの正の整数である。これは操作の手順から明らかである。

証明

定理 1 より、

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = 2$$

---

\*高島易で使われる一白水星、二黒土星、三碧木星、四緑木星、五黄土星、六白金星、七赤金星、八白土星、九紫火星である。

$$f(3) = 3$$

$$f(4) = 4$$

$$f(5) = 5$$

$$f(6) = 6$$

$$f(7) = 7$$

$$f(8) = 8$$

$$f(9) = 9$$

$$f(10) = 1$$

であるから、定義より

$$f(11) \quad f(1+1) \quad f(2) = 2 \text{ より } f(11) = 2 \text{ これは、} f(1+10) = 2 \text{ と書ける。}$$

$$f(12) \quad f(1+2) \quad f(3) = 3 \text{ より } f(12) = 3 \text{ これは、} f(2+10) = 3 \text{ と書ける。}$$

$$f(13) \quad f(1+3) \quad f(4) = 4 \text{ より } f(13) = 4 \text{ これは、} f(3+10) = 4 \text{ と書ける。}$$

$$f(14) \quad f(1+4) \quad f(5) = 5 \text{ より } f(14) = 5 \text{ これは、} f(4+10) = 5 \text{ と書ける。}$$

$$f(15) \quad f(1+5) \quad f(6) = 6 \text{ より } f(15) = 6 \text{ これは、} f(5+10) = 6 \text{ と書ける。}$$

$$f(16) \quad f(1+6) \quad f(7) = 7 \text{ より } f(16) = 7 \text{ これは、} f(6+10) = 7 \text{ と書ける。}$$

$$f(17) \quad f(1+7) \quad f(8) = 8 \text{ より } f(17) = 8 \text{ これは、} f(7+10) = 8 \text{ と書ける。}$$

$$f(18) \quad f(1+8) \quad f(9) = 9 \text{ より } f(18) = 9 \text{ これは、} f(8+10) = 9 \text{ と書ける。}$$

$$f(19) \quad f(1+9) \quad f(10) \quad f(1+0) \quad f(1) = 1 \text{ より } f(19) = 1 \text{ これは、} f(9+10) = 1 \text{ と書ける。}$$

$$f(20) \quad f(2+0) \quad f(2) = 2 \text{ より } f(20) = 2 \text{ これは、} f(10+10) = 2 \text{ と書ける。}$$

また、

$$f(21) \quad f(2+1) \quad f(3) = 3 \text{ より } f(21) = 3 \text{ これは、} f(11+10) = 3 \text{ と書ける。}$$

$$f(22) \quad f(2+2) \quad f(4) = 4 \text{ より } f(22) = 4 \text{ これは、} f(12+10) = 4 \text{ と書ける。}$$

$$f(23) \quad f(2+3) \quad f(5) = 5 \text{ より } f(23) = 5 \text{ これは、} f(13+10) = 5 \text{ と書ける。}$$

$$f(24) \quad f(2+4) \quad f(6) = 6 \text{ より } f(24) = 6 \text{ これは、} f(14+10) = 6 \text{ と書ける。}$$

$$f(25) \quad f(2+5) \quad f(7) = 7 \text{ より } f(25) = 7 \text{ これは、} f(15+10) = 7 \text{ と書ける。}$$

$$f(26) \quad f(2+6) \quad f(8) = 8 \text{ より } f(26) = 8 \text{ これは、} f(16+10) = 8 \text{ と書ける。}$$

$$f(27) \quad f(2+7) \quad f(9) = 9 \text{ より } f(27) = 9 \text{ これは、} f(17+10) = 9 \text{ と書ける。}$$

$f(28) = f(2+8) = f(10) = f(1+0) = f(1) = 1$  より  $f(28) = 1$  これは、 $f(18+10) = 1$  とも書ける。

$f(29) = f(2+9) = f(11) = f(1+1) = f(2) = 2$  より  $f(29) = 2$  これは、 $f(19+10) = 2$  とも書ける。

$f(30) = f(3+0) = f(3) = 3$  より  $f(30) = 3$  これは、 $f(20+10) = 3$  とも書ける。

このように、 $f(N)$  が  $N$  いくつであれ、それより 10 小さい数が決まればその数に対して、10 すなわち、1 増えて 1 から 9 におさまる。よって、それより 10 小さい数の  $f(N)$  が求まればその数も  $f(N)$  を求められる。また、1 から 9 は既に求められているので、よって、1 から 9 以上の正の整数  $N$  の  $f(N)$  は常に 1 から 9 のうちのいずれかの正の整数である。

証明終わり

定理 3

$$f\{f(n)\} = f(n)$$

これは定理 1、2 より明らかである。

定理 4

$$f(N10^n) = f(N)$$

これは桁移動に関する取り決めである。この取り決めで正の整数の範囲をこえて小数にまで拡張された。ただし、10 進数で表せない無理数や循環小数は、九去数では扱えない。

定理 5

$$f(n+9M) = f(n)$$

証明

$$\begin{aligned} f(n+9M) &= f(n+9) && 9 \text{ の倍数の性質より} \\ &= f(n+10-1) \\ &= f(n+1+0-1) \\ &= f(n) \end{aligned}$$

証明終わり

これより

$$f(0) = f(0+9) = f(9) = 9$$

が導かれる。<sup>†</sup>

定理 6

---

<sup>†</sup>  $f(M) = f(N)$  が成り立っても必ずしも  $M = N$  は成り立たない。

$$f(X + Y) = f\{f(X) + f(Y)\}$$

証明

今、

$$X = \sum_{i=-N}^N x_i 10^{i-1}$$

$$Y = \sum_{i=-N}^N y_i 10^{i-1}$$

とする。  $x_i, y_i$  は 0 から 9 までの一桁の正の整数である。  $i$  は正の整数である。

$$f(X + Y) = f\left\{\sum_{i=-N}^N x_i 10^{i-1} + \sum_{i=-N}^N y_i 10^{i-1}\right\}$$

$$= f\left\{\sum_{i=-N}^N (x_i + y_i) 10^{i-1}\right\}$$

$$= f\left\{\sum_{i=-N}^N (x_i + y_i)\right\} \quad \text{定理 4 より}$$

$$= f\left(\sum_{i=-N}^N x_i + \sum_{i=-N}^N y_i\right)$$

$$= f\{f(X) + f(Y)\}$$

証明終わり

定理 7

$$f(XY) = f\{f(X)f(Y)\}$$

証明

$$f(XY) = f(X + X + X + X + X + X + \cdots) \quad Y \text{ 個の } X \text{ の加算}$$

$$= f\{f(X) + f(X) + f(X) + \cdots\} \quad \text{定理 3 より}$$

$$= f\{f(X)Y\}$$

$$= f(NY) \quad N = f(X) \text{ として}$$

$$= f\{Y + Y + Y + Y + Y + \cdots\} \quad N \text{ 個の } Y \text{ の加算}$$

$$= f\{f(Y) + f(Y) + f(Y) + \cdots\}$$

$$= f\{Nf(Y)\}$$

$$= f\{f(X)f(Y)\}$$

証明終わり

定理 8

$$f(X^N) = f[f\{f(X)^N\}]$$

これは定理 7 より得られる。

定理 9

$f(-M) = f(9 - M)$  ただし、 $M$  は正の整数で 1 から 9 までとする。

証明

$$f(-M) = f\{0 + (-M)\}$$

$$= f\{f(0) + (-M)\}$$

$$= f(9 - M)$$

証明終わり

これより

$$f(-1) = 8$$

が得られる。またこれから、

$$f(-M) = f\{(-1)M\}$$

$$= f\{f(-1)f(M)\}$$

$$= f\{8f(M)\}$$

$$= f(8M)$$

とも導かれる。

定理 10

定理 9 より全ての負の数にも拡張が可能になる。

$$f(-M) = f\{9 - f(M)\} \quad M \text{ は任意の正の数}$$

証明

$$f(-M) = f\{(-1)M\}$$

$$= f\{f(-1)f(M)\}$$

$$\begin{aligned}
 &= f\{8f(M)\} \\
 &= f\{(9-1)f(M)\} \\
 &= f\{9f(M) - f(M)\} \\
 &= f\{9 - f(M)\} \quad 9 \text{ の倍数の性質により}
 \end{aligned}$$

証明終わり

## 0.2 応用

### 0.2.1 会計士の数学と言われること

会計士の数学といわれるのは以下のように使われるからである。

例 1

$$542 + 631 = 1173$$

この計算の検算に

$$\begin{aligned}
 f\{f(542) + f(631)\} &= f\{f(5+4+2) + f(6+3+1)\}^\ddagger \\
 &= f\{f(11) + f(10)\} \\
 &= f\{f(1+1) + f(1+0)\} \\
 &= f\{f(2) + f(1)\} \\
 &= f(2+1) \\
 &= f(3) \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned}
 f(1173) &= f(1+1+7+3) \\
 &= f(9+3) \\
 &= f(3) \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

以上のように行い値が一致するかでチェックする。

例 2

$$g(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x - 6$$

---

<sup>‡</sup>これを  $= f\{f(9+2) + f(9+1)\} = f\{f(2) + f(1)\} = f(3)$  のように定理 5 を使って 9 を作るようにするとよい。

のとき  $x = 4$  なら、 $g(4) = 142$  これが正しいかを確認するとき

$$\begin{aligned}
 f\{g(4)\} &= f\{f(3)f(4^3) - f(4)f(4^2) + f(5)f(4) - 6\} \\
 &= f\{3f(64) - 4f(16) + 20 - 6\} \\
 &= f\{3f(1) - 4f(7) + 2 - 6\} \\
 &= f\{3 - 28 + 2 - 6\} \\
 &= f\{3 - 1 + 2 - 6\} \\
 &= f(-2) \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

と求められる。 $f(142) = 7$  より計算が正しい事がわかる。 $x = -123$  なら、

$$g(-123) = (-5643738)$$

である。

$$\begin{aligned}
 f\{g(-123)\} &= f\{f(3)f(-123^3) - f(4)f(-123^2) + f(5)f(-123) - 6\} \\
 &= f[3f\{f(-6)^3\} - 4f\{f(-6)^2\} + 5f(-6) - 6] \\
 &= f[3f\{f(3)^3\} - 4f\{f(3)^2\} + 5f(3) - 6] \\
 &= f\{3f(27) - 4f(9) + 15 - 6\} \\
 &= f\{3f(9) - 36 + 6 - 6\} \\
 &= f\{27 - 9\} \\
 &= f(9 - 9) = f(0) = f(9)
 \end{aligned}$$

と求められる。

$$f(-5643738) = f(-9) = f(0) = f(9)$$

となり計算が正しい事がわかる。これは一種のシグネチャ計算である。

## 0.3 分数について

0.3.1  $f(\frac{1}{x})$  について

$$f(x\frac{1}{x}) = f\{f(x)f(\frac{1}{x})\} = 1$$

を利用して  $f(\frac{1}{x})$  から得られる分数について考える。ただし、10進数で表せない循環小数は、九去数では扱えない。例えば  $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$  など。  $f(XY) = f\{f(X)f(Y)\}$  より以下の表がえられる。

|      | f(Y)        |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(X) | 1           | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1    | 1           | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2    | 2           | 4 | 6 | 8 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| 3    | 3           | 6 | 9 | 3 | 6 | 9 | 3 | 6 | 9 |
| 4    | 4           | 8 | 3 | 7 | 2 | 6 | 1 | 5 | 9 |
| 5    | 5           | 1 | 6 | 2 | 7 | 3 | 8 | 4 | 9 |
| 6    | 6           | 3 | 9 | 6 | 3 | 9 | 6 | 3 | 9 |
| 7    | 7           | 5 | 3 | 1 | 8 | 6 | 4 | 2 | 9 |
| 8    | 8           | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 9 |
| 9    | 9           | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |
|      | f{f(X)f(Y)} |   |   |   |   |   |   |   |   |

表 積の値

この積の値表より次の定理が、えられる。

定理 1 1

$$f(mn) = p \quad m, n \text{ は任意の正の数}$$

$$f(m) = M, f(n) = N \text{ のとき}$$

$$f\{f(m)f(n)\} = f(MN) = p$$

より、 $M$  と  $p$  が決まれば、 $N$  は必ず決まる。

ただし、これは  $N$  が一意であるということを言っているのではないに注意する。

定理 1 1 より応用のはじめとして  $f(\frac{1}{x})$  を求めてみる。

$$f(x\frac{1}{x}) = f\{f(x)f(\frac{1}{x})\} = 1$$

を満足する  $f(x)$ 、 $f(\frac{1}{x})$  を探すこととする。まず始めに、 $f(x) = 3, 6, 9$  なら、 $p = 1, 2, 4, 5, 7, 8$  は、成立しないということがわかる。つまり、 $N$  は、存在しない。

$$f(x) = 1 \quad f(\frac{1}{x}) = 1$$

$$f(x) = 2 \quad f(\frac{1}{x}) = 5$$

$$f(x) = 3 \quad f(\frac{1}{x}) = \text{不定}$$

$$f(x) = 4 \quad f(\frac{1}{x}) = 7$$

$$f(x) = 5 \quad f(\frac{1}{x}) = 2$$

$$f(x) = 6 \quad f(\frac{1}{x}) = \text{不定}$$

$$f(x) = 7 \quad f(\frac{1}{x}) = 4$$

$$f(x) = 8 \quad f(\frac{1}{x}) = 8$$

$$f(x) = 9 \quad f(\frac{1}{x}) = \text{不定}$$

したがって、 $f(\frac{1}{x})$  型のすべての分数は以上の 9 通りである。たとえば、 $x = 25$  すなわち  $f(x) = 7$  であるから  $f(\frac{1}{x}) = 4$  となる。<sup>§</sup>

また、 $f(\frac{1}{3})$ 、 $f(\frac{1}{6})$ 、 $f(\frac{1}{9})$  は、値が存在しないことがわかる。<sup>¶</sup>

<sup>§</sup>これは、 $\frac{1}{x} = 0.04$  つまり  $f(\frac{1}{x}) = 4$  とあっている。

<sup>¶</sup>さらに、値のあるものについては、1、2、4、5、7、8 である。これらの意味するところは、 $f(\frac{1}{x})$  の九星数が存在するということから

$$f(x) = f\{g(x) + h(x)\}$$

と表わせるとき、

$$f\{g(x)\} = 1, 2, 4, 5, 7, 8$$

であり、

$$f\{h(x)\} = f(9)$$

と言うことにほかならない。

0.3.2  $f(\frac{a}{b})$  について

さらに、分数について調べると、

$$f(\frac{a}{b}) = f\{f(a)f(\frac{1}{b})\}$$

より、

$$f(a) = 2 \quad f(\frac{1}{b}) = 4 \quad \text{すなわち、} f(b) = 7 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 8$$

$$f(a) = 2 \quad f(\frac{1}{b}) = 5 \quad \text{すなわち、} f(b) = 2 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 1$$

$$f(a) = 2 \quad f(\frac{1}{b}) = 7 \quad \text{すなわち、} f(b) = 4 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 5$$

$$f(a) = 2 \quad f(\frac{1}{b}) = 8 \quad \text{すなわち、} f(b) = 8 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 7$$

$$f(a) = 3 \quad f(\frac{1}{b}) = 4 \quad \text{すなわち、} f(b) = 7 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 3$$

$$f(a) = 3 \quad f(\frac{1}{b}) = 5 \quad \text{すなわち、} f(b) = 2 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 6$$

$$f(a) = 3 \quad f(\frac{1}{b}) = 7 \quad \text{すなわち、} f(b) = 4 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 3$$

$$f(a) = 3 \quad f(\frac{1}{b}) = 8 \quad \text{すなわち、} f(b) = 8 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 6$$

$$f(a) = 4 \quad f(\frac{1}{b}) = 5 \quad \text{すなわち、} f(b) = 2 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 2$$

$$f(a) = 4 \quad f(\frac{1}{b}) = 7 \quad \text{すなわち、} f(b) = 4 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 1$$

$$f(a) = 4 \quad f(\frac{1}{b}) = 8 \quad \text{すなわち、} f(b) = 8 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 5$$

$$f(a) = 5 \quad f(\frac{1}{b}) = 7 \quad \text{すなわち、} f(b) = 4 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 8$$

$$f(a) = 5 \quad f(\frac{1}{b}) = 8 \quad \text{すなわち、} f(b) = 8 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 4$$

$$f(a) = 6 \quad f(\frac{1}{b}) = 7 \quad \text{すなわち、} f(b) = 4 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 6$$

$$f(a) = 6 \quad f(\frac{1}{b}) = 8 \quad \text{すなわち、} f(b) = 8 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 3$$

$$f(a) = 7 \quad f(\frac{1}{b}) = 8 \quad \text{すなわち、} f(b) = 4 \text{ なら、} f(\frac{a}{b}) = 2$$

これですべての分数について調べた。

## 0.4 累乗根について

### 0.4.1 累乗の表

$$f(x^n) = f\{f(x)^n\}$$

より、以下の表が作成できる。

| n | f(x)          |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1             | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 1             | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1             | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 1             | 4 | 9 | 7 | 7 | 9 | 4 | 1 | 9 |
| 3 | 1             | 8 | 9 | 1 | 8 | 9 | 1 | 8 | 9 |
| 4 | 1             | 7 | 9 | 4 | 4 | 9 | 7 | 1 | 9 |
| 5 | 1             | 5 | 9 | 7 | 2 | 9 | 4 | 8 | 9 |
| 6 | 1             | 1 | 9 | 1 | 1 | 9 | 1 | 1 | 9 |
| 7 | 1             | 2 | 9 | 4 | 5 | 9 | 7 | 8 | 9 |
|   | $f\{f(x)^n\}$ |   |   |   |   |   |   |   |   |

表 累乗の値

この表は  $n \geq 7$  で繰り返しになる。ただし、 $n = 1$  と異なるのは、 $f(x) = 3, 6, 9$  の値が 9 になる。以上を整理すると

$$f(x) = 9 \text{ なら、} n = 0$$

$$f(x^n) = 1$$

$$f(x) = 9 \text{ なら、} n = m \quad (m \text{ は正の整数}) \quad f(x^n) = 9$$

$$f(x) = 8 \text{ なら、} n = 2m \quad (m \text{ は正の整数}) \quad f(x^n) = 1$$

$$f(x) = 8 \text{ なら、} n = 2m + 1 \quad (m \text{ は正の整数}) \quad f(x^n) = 8$$

$$f(x) = 7 \text{ なら、} n = 3m \quad (m \text{ は正の整数}) \quad f(x^n) = 1$$

$$f(x) = 7 \text{ なら、} n = 3m + 1 \quad (m \text{ は正の整数}) \quad f(x^n) = 7$$

$$f(x) = 7 \text{ なら、} n = 3m + 2 \quad (m \text{ は正の整数}) \quad f(x^n) = 4$$

$$f(x) = 6 \text{ なら、} n = 0 \quad (m \text{ は正の整数}) \quad f(x^n) = 1$$

$$f(x) = 6 \text{ なら、} n = 1 \quad (m \text{ は正の整数}) \quad f(x^n) = 6$$

$$f(x) = 6 \text{ なら、} n = m \quad (m > 1 \quad m \text{ は正の整数}) \quad f(x^n) = 9$$

$$f(x) = 5 \text{ なら、} n = 6m \quad (m \text{ は正の整数}) \quad f(x^n) = 1$$

$$\begin{aligned}
f(x) = 5 \text{ なら、} n = 6m + 1 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 5 \\
f(x) = 5 \text{ なら、} n = 6m + 2 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 7 \\
f(x) = 5 \text{ なら、} n = 6m + 3 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 8 \\
f(x) = 5 \text{ なら、} n = 6m + 4 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 4 \\
f(x) = 5 \text{ なら、} n = 6m + 5 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 2 \\
f(x) = 4 \text{ なら、} n = 3m \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 1 \\
f(x) = 4 \text{ なら、} n = 3m + 1 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 4 \\
f(x) = 4 \text{ なら、} n = 3m + 2 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 7 \\
f(x) = 3 \text{ なら、} n = 0 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 1 \\
f(x) = 3 \text{ なら、} n = 1 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 3 \\
f(x) = 3 \text{ なら、} n = m \quad (m > 1 \quad m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 9 \\
f(x) = 2 \text{ なら、} n = 6m \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 1 \\
f(x) = 2 \text{ なら、} n = 6m + 1 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 2 \\
f(x) = 2 \text{ なら、} n = 6m + 2 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 4 \\
f(x) = 2 \text{ なら、} n = 6m + 3 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 8 \\
f(x) = 2 \text{ なら、} n = 6m + 4 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 7 \\
f(x) = 2 \text{ なら、} n = 6m + 5 \quad (m \text{ は正の整数}) & \quad f(x^n) = 5
\end{aligned}$$

| n    | f(x)          |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
|      | 1             | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0    | 1             | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1    | 1             | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 6m+0 | 1             | 1 | 9 | 1 | 1 | 9 | 1 | 1 | 9 |
| 6m+1 | 1             | 2 | 9 | 4 | 5 | 9 | 7 | 8 | 9 |
| 6m+2 | 1             | 4 | 9 | 7 | 7 | 9 | 4 | 1 | 9 |
| 6m+3 | 1             | 8 | 9 | 1 | 8 | 9 | 1 | 8 | 9 |
| 6m+4 | 1             | 7 | 9 | 4 | 4 | 9 | 7 | 1 | 9 |
| 6m+5 | 1             | 5 | 9 | 7 | 2 | 9 | 4 | 8 | 9 |
|      | $f\{f(x)^n\}$ |   |   |   |   |   |   |   |   |

表 累乗の値

以上のように  $n$  と  $f(x)$  で全ての累乗は表わされる。

## 0.4.2 累乗根

累乗の表を使って累乗根を調べる。ただし、10進数で表せない無理数は、九去数では扱えない。

$$f\{(\sqrt[5]{2})^5\} = f\{f(\sqrt[5]{2})^5\}$$

$$f(2) = f[\{f(P)\}^5]$$

表より5乗して2になるものは5より、

$$f(\sqrt[5]{2}) = 5$$

同様にして

$$f(\sqrt[5]{4}) = 7$$

$$f(\sqrt[5]{5}) = 2$$

$$f(\sqrt[5]{7}) = 4$$

$$f(\sqrt[5]{8}) = 8$$

$$f(\sqrt[7]{2}) = 2$$

$$f(\sqrt[7]{4}) = 4$$

$$f(\sqrt[7]{5}) = 5$$

$$f(\sqrt[7]{7}) = 7$$

$$f(\sqrt[7]{8}) = 8$$

また、

$$f(\sqrt[2]{7}) = 4 \quad \text{または、} 5 \quad \text{例} \quad \sqrt[2]{16} = 4 \quad \sqrt[2]{25} = 5^{\parallel}$$

$$f(\sqrt[2]{4}) = 2 \quad \text{または、} 7 \quad \text{例} \quad \sqrt[2]{49} = 7$$

$$f(\sqrt[2]{9}) = 3 \quad \text{または、} 6 \quad \text{または、} 9 \quad \text{例} \quad \sqrt[2]{36} = 6 \quad \sqrt[2]{81} = 9$$

$$f(\sqrt[4]{4}) = 4 \quad \text{または、} 5 \quad \text{例} \quad \sqrt[4]{256} = 4 \quad \sqrt[4]{625} = 5$$

$$f(\sqrt[4]{7}) = 2 \quad \text{または、} 7 \quad \text{例} \quad \sqrt[4]{16} = 2 \quad \sqrt[4]{2401} = 7$$

$$f(\sqrt[8]{4}) = 2 \quad \text{または、} 7 \quad \text{例} \quad \sqrt[8]{256} = 2 \quad \sqrt[8]{5764801} = 7$$

$$f(\sqrt[8]{7}) = 4 \quad \text{または、} 5 \quad \text{例} \quad \sqrt[8]{65536} = 4 \quad \sqrt[8]{390625} = 5$$

これをすすめてつぎのようにまとめられる。

---

<sup>||</sup>ここで  $f(\sqrt[2]{7})$  の 7 は、 $f(16) = 7$   $f(25) = 7$  のように 7 そのものだけではない。

|      | f(x)               |   |   |     |   |   |     |       |       |
|------|--------------------|---|---|-----|---|---|-----|-------|-------|
| m    | 1                  | 2 | 3 | 4   | 5 | 6 | 7   | 8     | 9     |
| 1    | 1                  | 2 | 3 | 4   | 5 | 6 | 7   | 8     | 9     |
| 6n+0 | 1,2,4,5,7,8        |   |   |     |   |   |     |       | 3,6,9 |
| 6n+1 | 1                  | 2 |   | 4   | 5 |   | 7   | 8     | 3,6,9 |
| 6n+2 | 1,8                |   |   | 2,7 |   |   | 4,5 |       | 3,6,9 |
| 6n+3 | 1,4,7              |   |   |     |   |   |     | 2,5,8 | 3,6,9 |
| 6n+4 | 1,8                |   |   | 4,5 |   |   | 2,7 |       | 3,6,9 |
| 6n+5 | 1                  | 5 |   | 7   | 2 |   | 4   | 8     | 3,6,9 |
|      | $f\{\sqrt[m]{x}\}$ |   |   |     |   |   |     |       |       |

表 累乗根の値

表が空欄の所は、値がないことを示す。