

フェルマーの最終定理の証明

愛犬ベルのために

最新 2021 年 12 月 11 日

はじめに

これは、BBS「数の不思議世界」で、壊れた扉さんと議論しながら、完成したものです。ここまでにとどり着くには、壊れた扉さんのご尽力があったからこそで、改めてお礼を申し上げます。

更新履歴

2021.12.11 新規作成

フェルマーの最終定理

$a^n + b^n = c^n$ が成り立つお互いに素である自然数 a, b, c が存在すると仮定する。

自然数領域において、 $0 = c^n - b^n - a^n$ で、 $c = a + j$ (ただし、 $j > 0$)、 $c = a + k$ (ただし、 $k > 0$) と置くと、グラフにすると、 c^n も b^n も a^n も単調増加である。

$a^n + b^n = c^n$ が成り立っているので $g(a) = (a + j)^n - (a + k)^n - a^n = 0$ 。

$x > 0$ において、 $g(x) = (x + j)^n - (x + k)^n - x^n$ とすると、 $(x + k)^n$ と x^n は交点をもたず、 $(x + j)^n$ と $(x + k)^n$ は交点をもたず、 $(x + k)^n$ と x^n は交点をもたない。 $(x + j)^n$ と $(x + k)^n$ と x^n はお互いに独立である。

なぜなら、 $(x + j)^n$ は x^n を左に、 j だけ平行移動しただけの同じ関数であり、 $(x + k)^n$ は x^n を左に、 k だけ平行移動しただけの同じ関数であるからである。

$g(a) = 0$ より、因数定理より $g(x) = (x - a)g'(x)$ とおける。

ところが、 $\frac{g(x)}{x-a} = \frac{(x+j)^n}{x-a} - \frac{(x+k)^n}{x-a} - \frac{x^n}{x-a}$ より、各項は割り切れない。したがって、 $g(x) = (x - a)g'(x)$ とおけない。

よって、フェルマーの最終定理は証明された。