

# フェルマーの最終定理の証明

中年 A

最新 2021 年 6 月 12 日

## はじめに

これは、BBS「数の不思議世界」で、中年 A 様が完成したものです。

更新履歴

2021.6.12 新規作成

## 1 フェルマーの最終定理 $n=4$ の場合

### 1.1 問題

$x^n + y^n = z^n$  を満たす自然数  $x, y, z$  は存在しない事をせよ。ただし、 $n$  は 4 の倍数とする。

### 1.2 解答

$x^n + y^n = z^n$  となる自然数  $x, y, z$  が存在すると仮定して、 $n = 4m$  ( $m$  は自然数) を代入すると、

$$x^{4m} + y^{4m} = z^{4m}$$

$$x^{4m} + y^{4m} + 2x^{2m}y^{2m} - 2x^{2m}y^{2m} = z^{4m}$$

$$(x^{2m} + y^{2m})^2 - 2x^{2m}y^{2m} = z^{4m}$$

$$(x^{2m} + y^{2m} + \sqrt{2}x^m y^m)(x^{2m} + y^{2m} - \sqrt{2}x^m y^m) = z^{4m}$$

ここで、 $z = pq$  ( $p, q$  は自然数) と置くと、

$$(x^{2m} + y^{2m} + \sqrt{2}x^m y^m)(x^{2m} + y^{2m} - \sqrt{2}x^m y^m) = p^{4m} q^{4m}$$

よって、

$$x^{2m} + y^{2m} + \sqrt{2}x^m y^m = p^s q^t \quad (1)$$

$$x^{2m} + y^{2m} - \sqrt{2}x^m y^m = p^u q^v \quad (2)$$

と置ける。 ( $s, t, u, v$  は非負整数で  $s + u = 4m, t + v = 4m$ )

上二式を引いて、

$$2\sqrt{2}x^m y^m = p^s q^t - p^u q^v$$

$x, y, p, q, m$  は自然数で  $s, t, u, v$  は非負整数より、左辺は無理数で右辺は有理数（特に整数）より矛盾。

よって、背理法により、 $x^n + y^n = z^n$  となる自然数  $x, y, z$  存在しない。

ただし、 $n$  は 4 の倍数。